

# 数字图像修复技术综述

张红英 彭启琮

(电子科技大学通信与信息工程学院, 成都 610054)

**摘要** 图像修复是图像复原研究中的一个重要内容,它的目的是根据图像现有的信息来自动恢复丢失的信息,其可以用于旧照片中丢失信息的恢复、视频文字去除以及视频错误隐藏等。为了使人们对该技术有个概略了解,在对目前有关数字图像修复技术的文献进行理解和综合的基础上,首先通过对数字图像修复问题的描述,揭示了数字图像修复的数学背景;接着分别介绍了以下两类图像修复技术:一类是基于几何图像模型的图像修补(inpainting)技术,该技术特别适用于修补图像中的小尺度缺损;另一类是基于纹理合成的图像补全(completion)技术,该技术对于填充图像中大的丢失块有较好的效果;然后给出了这两类方法的应用实例;最后基于对数字图像修复问题的理解,提出了对数字图像修复技术的一些展望。

**关键词** 图像复原 图像修补 图像补全 变分方法 偏微分方程 全变分 纹理合成

**中图分类号**: TP391.41 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2007)01-0001-10

## A Survey on Digital Image Inpainting

ZHANG Hong-ying, PENG Qi-cong

(School of Communication and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

**Abstract** Image inpainting is an important research topic in the area of image restoration. Its objective is to restore the lost information according to around image information, which can be used to restore old photo, remove text and conceal errors in videos. Based on many literatures of digital image inpainting, this paper attempts to make an overview of digital image inpainting. First, it describes image inpainting from mathematics background. Then two kinds of important image inpainting schemes are introduced in this paper: one is image inpainting based on the geometric image models; the other is image completion based on texture synthesis. The former is suitable to inpaint the small scale scratches in images and the latter is very good at completing the large objects. Then this paper demonstrates the applications of the two kinds of methods. At the end, the future trend of digital image inpainting is pointed out in personal opinion.

**Keywords** image restoration, image inpainting, image completion, variational method, partial differential equation (PDE), total variation, texture synthesis

## 1 引言

一般说来,有很多因素都会引起数字图像上的局部信息缺损<sup>[1]</sup>,如:①对原本就有划痕或有破损的图片进行数字扫描后得到的图像;②为了某种特殊目的而移走数字图像上的目标物体或文字后留下的信息空白区;③在数字图像的获取、处理、压缩、传输和解压缩过程中因信息丢失所留下的信息缺损区

等。为了保证图像信息的完整性,需要对这些受损图像进行填充修复。所谓图像修复就是对图像上信息缺损区域进行信息填充的过程,其目的就是为了对有信息缺损的图像进行恢复,并且要使观察者无法察觉到图像曾经缺损或已被修复。

目前存在两大类图像修复技术:一类是用于修复小尺度缺损的数字图像修补(inpainting)技术。这种技术最早是由 Bertalmio, Sapiro, Caselles 和 Bellester 引入到图像处理中<sup>[2]</sup>,他们利用待修补区

收稿日期:2005-01-10; 改回日期:2005-09-09

第一作者简介:张红英(1976~),女。2000年于东北大学获应用数学专业理学学士学位,2003年于西南科技大学获控制理论与控制工程专业硕士学位,现为电子科技大学信号与信息处理专业博士研究生。主要研究方向为图像处理与图像分析。E-mail: zhy0838@163.com

域的边缘信息,同时采用一种由粗到精的方法来估计等照度线(isophote)的方向,并采用传播机制将信息传播到待修补的区域内,以便得到较好的修补效果。本质上,它是一种基于偏微分方程(partial differential equation, PDE)的 inpainting 算法,该类方法的主要思想是利用物理学中的热扩散方程将待修补区域周围的信息传播到修补区域中,其典型的方法包括 BSCB(Bertalmio-Sapiro-Caselles-Ballester)模型<sup>[2]</sup>用三阶 PDE 来模拟平滑传输过程及 Chan-Shen 提出的用三阶 PDE 来模拟 CDD(curvature driven diffusions)<sup>[3]</sup>等。在这类方法中,还有一种是基于几何图像模型的变分修补技术,该类算法的主要思路是模仿修补师的手工修复图像的过程,该类算法认为修补一幅缺损图片主要依赖于以下两个因素:①如何观察并读懂图片的现存部分  $I^0|_{\Omega \setminus D}$ , 其用数学语言表达,也就是如何建立图像的数据模型(data model);②原始图片  $I$  属于哪类图像,其用数学语言表达,也就是如何获得图像的先验模型(image prior model),即通过建立图像的先验模型和数据模型,将修补问题转化为一个泛函求极值的变分问题。这类算法主要包括全变分(total variation, TV)模型<sup>[4]</sup>、Euler's elastica 模型<sup>[5]</sup>、Mumford-Shah 模型<sup>[6]</sup>、Mumford-Shah-Euler 模型<sup>[7]</sup>等。由于偏微分方程与变分法是可以通变分原理相互等价推出的,因此,可把这一类方法统称为基于变分 PDE 的图像 inpainting 算法。

另外一类是用于填充图像中大块丢失信息的图像补全(completion)技术。目前,这一类技术也包含以下两种方法:一种是基于图像分解的修复技术,其主要思想是将图像分解为结构部分和纹理部分,其中结构部分用 inpainting 算法修补,纹理部分用纹理合成方法填充,例如, Bertalmio 等首先用全变分最小化将图像的结构部分提取出来,然后用一个震动函数对纹理或噪声部分建模<sup>[8]</sup>,当把图像分解成这两个部分以后,再用 BSCB 模型来修补结构部分,同时用非参数采样纹理合成技术<sup>[9]</sup>来填充纹理部分,最后把这两部分修补的结果叠加起来,就是最终的修补图像,类似的算法还包括文献<sup>[10~12]</sup>提出的算法;另一种方法是用基于块的纹理合成技术来填充丢失的信息,该种算法的主要思想是,首先从待修补区域的边界上选取一个像素点,同时以该点为中心,根据图像的纹理特征,选取大小合适的纹理块,然后在待修补区域的周围寻找与之最相近的纹理匹

配块来替代该纹理块。近几年来,利用纹理合成来修复大块丢失信息的图像 completion 技术得到了相当的研究,也取得了一些成果,其典型的算法包括文献<sup>[1,13~17]</sup>提出的算法。

由于数字图像修复技术是近几年来提出的一个具有挑战性的课题,目前国外的研究正处于初步阶段,国内很少有这方面的文献见诸报刊,因此,本文将系统介绍以上两大类的图像修复技术,以及数字图像修复的广泛应用。最后将结合自己对数字图像修复的理解,提出对该问题研究前景的一些展望。

## 2 图像修复问题的描述

从数学角度来看,图像修复就是要根据待修补区域周围的信息将图像填充到待修补区域中(如图 1 所示)。然而,图像修补通常是一个病态问题,因为目前仍没有足够的信息可以保证能唯一正确地恢复被损坏部分,所以,人们从视觉心理学的角度进行分析,提出了各种假设限定用来解决这个问题。可见,图像修补属于图像复原的研究领域。

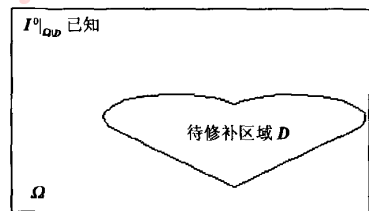


图 1 图像修补示意图

Fig. 1 The sketch map of image inpainting

通常,图像在获取过程中,往往受到一些因素的影响,使得图像质量退化。在图像复原领域中,常用的退化模型是

$$I^0 = I + N \quad (1)$$

其中,  $I^0$  为所获得的观察图像,  $I$  为原始图像 ( $I = \{I(x)\}$ ),  $N$  为加性白噪声。对大多数的图像修补问题来说,数据模型具有以下形式:

$$I^0|_{\Omega \setminus D} = [I + N]|_{\Omega \setminus D} \quad (2)$$

其中,  $\Omega$  表示整个图像区域,  $D$  表示信息丢失的待修补区域,  $\Omega \setminus D$  表示没有丢失信息的区域,  $I^0|_{\Omega \setminus D}$  为  $\Omega \setminus D$  上的可利用的图像部分,  $I$  为需要复原的目标图像。假设  $N$  为高斯的,那么关于数据模型的能量

函数  $E$ , 可常用最小均方差定义<sup>[14]</sup>:

$$E[I^0 | I] = \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega \setminus D} (I - I^0)^2 dx \quad (3)$$

由于修补区域  $D$  任何可用的数据, 因此, 图像 (先验) 模型对图像修补算法来说, 比其他传统的复原问题 (如去噪, 去降晰) 变得更为重要。

图像模型可以从图像数据中经过滤波、参数或非参数估计以及熵方法得到, 这些统计方法虽对具有丰富纹理图像的修补很重要, 然而, 对大多数的修补问题来说, 修补区域常常丢失的是图像的重要几何信息 (如边缘), 为了重建这些几何信息, 图像模型要事先解决这些几何特征, 而多数传统的概率模型则均缺乏这种特征。幸运的是, 在很多文献中, 由几何信息激发的“能量”形式的确存在, 如 Rudin, Osher 和 Fatemi 模型<sup>[18]</sup> 以及 Mumford-Shah 模型<sup>[6]</sup>。这就是所谓的变分法。

在变分方法中, 图像修补问题转化为一个约束最优化问题:

$$\begin{aligned} \min E[I] \\ \text{s. t. } E[I^0 | I] \leq \sigma^2 \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $E[I]$  为图像先验模型的能量形式,  $\sigma^2$  表示高斯白噪声的方差, 它可以用适当的统计估计器来估计。用 Lagrange 乘子法可将该约束问题转化为以下无约束问题:

$$\min E[I] + \lambda E[I^0 | I] \quad (5)$$

通常,  $\lambda$  用于均衡匹配项  $E[I^0 | I]$  与正则化项  $E[I]$ 。对于正则化项  $E[I]$ , 即图像的先验模型, 常由“能量”泛函实现。比如 Sobolev 范数:  $E[I] = \int_{\Omega} |\nabla I|^2 dx$ ; Rudin 等的全变分模型<sup>[18]</sup>:  $E[I] = \int_{\Omega} |\nabla I| dx$ , 以及 Mumford-Shah 模型<sup>[19]</sup>:  $E(I, \Gamma) = \int_{\Omega \setminus \Gamma} |\nabla I|^2 dx + \beta H^1(\Gamma)$ , 其中  $H^1$  表示 1 维 Hausdroff 测度,  $\Gamma$  为图像的边缘集。

### 3 基于变分 PDE 的图像修补技术

这一节主要研究两种最重要的基于几何图像模型的变分技术修补方案, 以及它们的改进模型。在本文中,  $\nabla, \text{div}, \nabla^2$  分别表示梯度, 散度和拉普拉斯算子。

#### 3.1 基于全变分 (TV) 模型的图像修补方法

Rudin 等将图像看成是一个分段平滑函数, 并在有界变分空间上对图像建模<sup>[18]</sup>, 由于所提出的全

变分模型能够起到延长图像边缘的作用, 从而非常适合于图像的修补。Tony Chan 等人将该模型推广到图像修补, 根据上一节对图像修补问题的描述, 他们建立的全变分图像修补模型<sup>[4]</sup>为

$$\min J[I] = \int_{\Omega} |\nabla I| dx + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega \setminus D} |I - I^0|^2 dx \quad (6)$$

其中,  $\lambda$  为 Lagrange 乘子。根据变分原理, 可求得与之对应的 Euler-Lagrange 方程为

$$- \text{div}[\nabla I / |\nabla I|] + \lambda_D(x)(I - I^0) = 0 \quad (7)$$

其中,  $\lambda_D(x) = \lambda \cdot 1_{\Omega \setminus D}(x) = \begin{cases} \lambda & x \in \Omega \setminus D \\ 0 & x \in D \end{cases}$ 。由此

可见, 求解泛函 (式 (6)) 的最小值等价于求解偏微分方程 (式 (7))。另外, 还可以先引入一个时间变量  $t$ , 再利用最陡下降法来求解式 (7), 其表达式为

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \text{div}[\nabla I / |\nabla I|] - \lambda_D(x)(I - I^0) \quad (8)$$

也就是说, 随着时间变量  $t$  的演化, 当  $\frac{\partial I}{\partial t} \rightarrow 0$  时, 就得到了所要求的  $I$  的最小值。

就数值计算的观点来看, 因为在平滑区,  $|\nabla I|$  将会很小, 甚至会趋近于零, 所以, 在以上两个偏微分方程中, 为避免分母为零, 一般用  $\text{div}[\nabla I / |\nabla I|_{\varepsilon}]$  替代  $\text{div}[\nabla I / |\nabla I|]$ , 其中  $|\nabla I|_{\varepsilon} = \sqrt{\varepsilon^2 + |\nabla I|^2}$ ,  $\varepsilon$  为一个小的正参数。这样最优化问题就变为

$$\min J_{\varepsilon}[I] = \int_{\Omega} |\nabla I|_{\varepsilon} dx + \frac{\lambda}{2} \int_{\Omega \setminus D} |I - I^0|^2 dx \quad (9)$$

正如在大多数包含阈值的处理任务中 (像去噪与边缘检测) 一样, 参数  $\varepsilon$  通常可被看作是阈值。在平滑区域,  $|\nabla I| \ll \varepsilon$ , 修补模型可采用调和修补模型; 而在边缘区,  $|\nabla I| \gg \varepsilon$ , 则模型可采用 TV 模型。

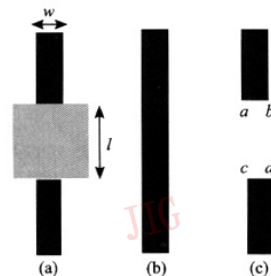


图 2 视觉上的连通原理

Fig. 2 Connectivity Principle in human vision

TV 模型的主要优点是能保持边缘和数值 PDE 实现方便, 但其主要不足是破坏了视觉理论中的连

通原理(connectivity principle)。如图 2 所示,  $w$  表示物体结构的宽度,  $w_1$  表示破损区域的宽度, 无论  $w$  和  $w_1$  的比率是多少, 根据视觉心理学可知, 人们会认为图 2(b) 是最优的修补结果。但对于 TV 模型而言, 当  $w_1 < w$  时, 其修补结果如图 2(b), 而当  $w_1 > w$  时, 其修补结果为图 2(c), 这就破坏了连通原理。由于在 TV 模型中, 扩散强度(diffusion strength) 仅仅依赖于等照度线的对比度或强度, 且它是由传导系数  $v = 1/|\nabla I|$  所反映的, 因此, 扩散强度不依赖于等照度线的几何信息。对于平面曲线, 标量曲率  $\kappa$  可以反映它的几何信息。当  $w_1 > w$  时, 从 TV 模型修补的结果来看, 在 4 个角  $a, b, c, d$  处,  $\kappa = \pm\infty$ 。相反, 按视觉心理学得出的结果, 这 4 个角处的曲率应该为零, 也就是说, 在对图像进行修补时, 要使曲率  $\kappa$  尽可能地小, 才能得到符合人类视觉特点的图像。根据以上的分析, 文献[3]对 TV 模型进行了改进, 提出了 CDD 修补模型。

在 CDD 模型中, 是将 TV 模型的传导系数修改为  $v = g(|\kappa|)/|\nabla I|$ , 此处,  $g$  的定义为

$$g(\kappa) = \begin{cases} 0 & \kappa = 0 \\ \infty & \kappa = \infty \\ \text{大于零的有限数} & 0 < \kappa < \infty \end{cases} \quad (10)$$

由于这种选择可使在大曲率处扩散变强, 小曲率处扩散逐渐消失, 因此, CDD 修补模型为

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = \operatorname{div} \left[ \frac{g(|\kappa|)}{|\nabla I|} \nabla I \right] & x \in D \\ I = I^0, & x \in \Omega \setminus D \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $\kappa = \operatorname{div}[\nabla I/|\nabla I|]$  为曲率。

### 3.2 基于 Mumford-Shah 模型的图像修补方法

Mumford-Shah 模型<sup>[4,6]</sup> 首先是由 Chan 等和 Tsai 等提出的。在第 2 节已提到, 变分修补模型就是最小化如下能量函数

$$J[I|I^0] = E[I] + \frac{\lambda}{2} \int_D (I - I^0)^2 dx \quad (12)$$

$E[I]$  为图像的先验模型, 后一项为数据模型。这里假设  $I^0 = I + N$ ,  $N$  为高斯白噪声。

Mumford 和 Shah 提出的用于图像分割的 object-edge 模型<sup>[19]</sup> 为

$$E[I, \Gamma] = \frac{\gamma}{2} \int_{\partial V} |\nabla I|^2 dx + \alpha H^1(\Gamma) \quad (13)$$

其中,  $\Gamma$  为图像的边缘集,  $H^1$  为 1 维 Hausdorff 测度。事实上, 在大多数图像分割中, 特别是在数值计算<sup>[20]</sup> 中,  $H^1(\Gamma)$  通常是用  $\Gamma$  的长度  $l(\Gamma)$  代替(假设

$\Gamma$  为规则曲线), 由式(12)可见, 基于 Mumford-Shah 图像模型的修补算法为最小化以下能量函数

$$J_{MS}[I, \Gamma|I^0] = \frac{\gamma}{2} \int_{\partial V} |\nabla I|^2 dx + \alpha l(\Gamma) + \frac{\lambda}{2} \int_D (I - I^0)^2 dx \quad (14)$$

文献[7]将  $E[I, \Gamma]$  的 T-收敛(T-convergence)逼近应用到式(14)模型中, 并分析了这种逼近的优缺点, 其推导出的该模型的 T-收敛逼近形式为

$$J_{MS}[I, \Gamma|I^0] = \frac{\gamma}{2} \int_{\Omega} z^2 |\nabla I|^2 dx + \alpha \int_{\Omega} (\varepsilon |\nabla z|^2 + (1-z)^2/4\varepsilon) dx + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \lambda_D(x) (I - I^0) dx \quad (15)$$

其中,  $z$  为符号差(signature)函数, 其定义为  $z: \Omega \rightarrow [0, 1]$ 。分别对  $I, z$  取变分, 即得到  $J_{MS}[I, \Gamma|I^0]$  的 Euler-Lagrange 方程组

$$\begin{cases} \lambda_D(x) (I - I^0)^2 - \gamma \operatorname{div}(z^2 \nabla I) = 0 \\ (\gamma |\nabla I|^2) z + \alpha(-2\varepsilon \nabla^2 z + (z-1)/2\varepsilon) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

绝热边界条件为  $\partial I/\partial n = 0, \partial z/\partial n = 0, n$  为法向量。

虽然 Mumford-Shah 模型的优点是计算复杂度低, 但它不像在图像分割和去噪的传统应用中那样有效, 因该模型用于图像修补有它固有的缺陷<sup>[7]</sup>, 即一方面, 由于 Mumford-Shah 模型是使边缘长度最小, 因此, 修补的边缘直接连接现存的边缘, 这将导致两个可见的人为角度, 而不是一条平滑的曲线; 另一方面, 该模型和 TV 模型一样, 也破坏了视觉心理学中的连通原理, 而导致这两种缺陷的主要因素则是由于 Mumford-Shah 模型嵌入了直线模型的缘故(因为要求边缘集长度最小)。因此, 为了克服上述不足, Selim Esedoglu 和 Jianhong Shen 通过引入 Euler's elastica 改进了该曲线模型, 进而提出了基于 Mumford-Shah-Euler 模型的图像修补算法<sup>[7]</sup>。

文献[21]首先将 Euler's elastica 作为一个先验的曲线模型引入到计算机视觉中, 其 Euler's elastica 曲线模型为

$$e(\Gamma) = \alpha l(\Gamma) + \beta \int_{\Gamma} \kappa^2 ds = \int_{\Gamma} (\alpha + \beta \kappa^2) ds \quad (17)$$

其中,  $\kappa$  表示曲率, 其定义为  $\kappa = \operatorname{div} n = \operatorname{div}[\nabla I/|\nabla I|]$ ,  $ds$  为长度元,  $\alpha, \beta$  为两个可调的正权值。因此, Mumford-Shah-Euler 图像模型为

$$E_{MSE}[I, \Gamma] = \frac{\gamma}{2} \int_{\partial V} |\nabla I|^2 dx + e(\Gamma) \quad (18)$$



相应的修补模型为

$$J_{\text{MSE}}[I, \Gamma | I^0] = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \lambda_D (I - I^0)^2 dx + \frac{\gamma}{2} \int_{\Omega \setminus \Gamma} |\nabla I|^2 + \int_{\Gamma} (\alpha + \beta \kappa^2) ds \quad (19)$$

对于给定的边缘集  $\Gamma$ ,  $J_{\text{MSE}}[I, \Gamma | I^0]$  的 Euler-Lagrange 方程为

$$\lambda_D(x)(I - I^0) + \gamma \nabla^2 I = 0, x \in \Omega \setminus \Gamma \quad (20)$$

沿边缘集合  $\Gamma$  的绝热条件为  $\partial I / \partial n = 0$ 。

## 4 基于块的纹理合成图像补全技术

前一节介绍的图像修补技术虽可以利用待修补区域的邻域信息来填充丢失区域的像素值,但它不能修补细节,只适合修补小尺度的缺损,如裂痕、划痕等,而基于块的纹理合成图像补全技术则不但可以填充任意大小的丢失块,还可以修复破损部分的细节。它的基本思想如图 3 所示,即首先在图像丢失块的边界上任选一像素点,并以该点为中心,设定一定大小的模板,比如:  $3 \times 3$ ,  $9 \times 9$  等;然后在整个已知区域内按照某种准则,寻找一个与该模板最为匹配的块;最后用最优匹配块填充模板即可。

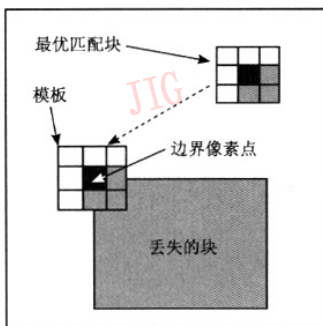


图 3 基本的纹理合成过程

Fig. 3 Basic idea of texture synthesis

近年来,许多学者广泛关注大目标去除这一研究领域,取得了相当的进展。Harrison 首先提出一种基于模板的算法来去除不想要的目标<sup>[22]</sup>,但这种算法对噪声不鲁棒,常常使图像的线结构变得模糊不清;后来,Drori 等提出一种基于碎片(fragment based)的图像补全算法<sup>[13]</sup>,该算法是利用自相似原理,采用一种由粗到精的方法迭代逼近丢失信息的区域,虽取得了很好的修复效果,但是,由于该算法是利用全搜索过程寻找相似碎片,速度相当慢,其处理一幅大小

为  $384 \times 223$  的图像,大概需要 83min 到 158min(视修补区域的大小而定),这极大地影响了它的实用范围;尽管文献[23]给出了一种快速算法,但修复后图像的视觉效果相应地下降。Criminisi 等采用一种基于块的图像修补算法<sup>[15]</sup>,其实质是直接采用纹理合成的方法来去除照片中的大物体,并得到了很好的效果。这种纹理合成主要由优先权计算、搜索和复制 3 步组成:(1) 计算优先权是为了决定填充的次序,以保证在纹理填充之前图像的线结构先被传播,这样就可以保证目标边界连通;(2) 搜索就是根据纹理的相似性在原始区域找到最为匹配的块;(3) 复制就是将所选择的块复制到目标区域内的适当位置。Criminisi 给出的大量比较实验表明,该算法在时间和视觉效果上都优于其他的算法。因此,就有大量的研究者开始研究 Criminisi 算法<sup>[16,24,25]</sup>:国内,浙江大学的 Feng Tang 等分析了 Criminisi 算法的不足,提出了一种新颖的基于纹理合成的图像补全算法<sup>[16]</sup>,该算法首先缩小了寻找匹配块的搜索范围,并给出了一种选择最有匹配块的准则以避免误差的传播,使用该方法得到了相当好的修复效果;文献[24]通过分析 Criminisi 算法中优先权计算发现,随着填充过程的进行,由于置信度值迅速下降到零,使优先权的计算不可靠,从而导致错误的填充次序,进而影响修补效果。为了克服这一不足,他们给出了一个更合理的优先权函数,用来保证图像结构和纹理的正确填充,并取得了一定的效果。

在上述的这些算法中,由于 Criminisi 算法及其改进算法实现简单、快速、效果好,故得到了广泛的应用。但由于它是采用全局搜索方法来寻找原始的匹配块,这样不仅会产生错误匹配,还会使填充速度过慢,因此,对于上述算法,还有待进一步研究,以便得出更快更好的补全算法。

## 5 数字图像修复技术的广泛应用

### 5.1 数字图像修补技术的应用

数字图像修补技术的应用包括老照片的复原<sup>[26]</sup>、文本去除<sup>[2,26]</sup>以及图像的有损编码<sup>[2,4,26]</sup>等。

#### 5.1.1 照片复原与文本去除

由于所有的仿真算法均采用 TV 模型修补算法。因此下面简要介绍一下 TV 修补模型的数值实现<sup>[4,27]</sup>。

TV 修补模型的数值实现关键在于  $|\nabla I|$  的逼

近和 PDE 的退化。如图 4 所示,  $p_e, p_n, p_w, p_s$  分别代表目标像素  $O$  的东、北、西、南 4 个半像素邻域点,  $P_E, P_N, P_W, P_S$  表示目标像素  $O$  的东、北、西、南 4 个邻域点,  $|\nabla I_{p_e}|$  可由下式逼近:

$$|\nabla I_{p_e}| \approx \frac{1}{h} \sqrt{(I_{P_E} - I_O)^2 + [((I_{P_{NE}} + I_{P_N} - I_{P_S} - I_{P_{SE}})/4)]^2} \quad (21)$$

另外, 还可以同样的方式得到其他 3 个方向的逼近式。其离散化后变为

$$\sum_{P \in A_O} \frac{1}{|\nabla I_P|} (I_O - I_P) + \lambda_D (I_O - I_O^0) = 0 \quad (22)$$

其中,  $A_O = \{P_N, P_S, P_E, P_W\}$  表示目标像素点  $O$  的 4 个邻域点。对于任意一个目标像素点  $O$ , 如果定义

$$\omega_p = 1/|\nabla I_p| \quad P \in A_O$$

$$h_p = \omega_p / \left( \sum_{P \in A_O} \omega_p + \lambda_D(O) \right) \quad (23)$$

$$h_o = \lambda_D(O) / \left( \sum_{P \in A_O} \omega_p + \lambda_D(O) \right)$$

此处, 如果  $P$  取像素点  $P_E$ , 那么  $p$  就表示半像素点  $p_e$ 。因此, 式(22)就变为

$$I_O = \sum_{P \in A_O} h_p I_P + h_o I_O^0 \quad (24)$$

$$\sum_{P \in A_O} h_p + h_o = 1$$

这样就可将式(24)改写成 Gauss-Jacobi 迭代形式

$$I_O^{(n)} = \sum_{P \in A_O} h_p^{(n-1)} I_P^{(n-1)} + h_o^{(n-1)} I_O^0 \quad (25)$$

在数值仿真时, 通常先用掩码确定需要修补的区域(需要用户给定修补区域  $D$  的掩码), 然后根据修补区域周围的信息, 用图像修补算法来自动恢复区域中的信息, 那么根据式(25), 算法步骤如下<sup>[28]</sup>:

- (1) 读入图像和掩码信息;
- (2) 对掩码中的每一个像素执行第(3)、(4)、(5)步;

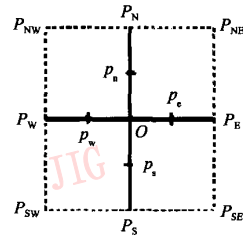


图 4 目标像素  $O$  与它的邻域

Fig. 4 A target pixel  $O$  and its neighbors

(3) 计算其周围中间像素的一阶导数值和梯度的模值;

(4) 若像素位于修补区域以外, 则置  $\lambda_D(O) = 1$ , 否则, 置  $\lambda_D(O) = 0$ ;

(5) 通过计算  $h_p, h_o$  来得到新的像素值, 并保存到新图像中;

(6) 判断新图像与旧图像之间的差值, 若小于事先给定的阈值, 则以新图像代替旧图像, 退出; 否则转到第 2 步。

本文用 Matlab6.5 对上述算法进行了仿真。图 5 为恢复旧照片中丢失信息的模拟效果, 其中的白色三角形是待修补的区域。图 6 是模拟图像传输中丢失块的修补过程。图 6(c) 是用 TV 修补算法去除图像中的文字得到的效果图。图 5(b) 中的白色三角形, 图 6(b) 中的黑色方块和图 7(a) 中的英文字母都是通过掩码加到原始图像上的。

### 5.1.2 图像有损编码

众所周知, 边缘在图像和视觉分析中占据重要位置, 因此, 在图像编码中, 一个方案的好坏在很大程度上是由它对边缘反映的好坏决定<sup>[29-31]</sup>。文献[4]将图像修补方法应用于图像编码, 并介绍了一种基于边缘信息的图像有损编码与压缩方案, 其具体实现算法如下:



(a) 原始照片



(b) 被损照片



(c) TV 修补复原的结果

图 5 去除老照片中划痕的效果图

Fig. 5 Restoration of old photographs with scratches



图 6 恢复图片中丢失块的效果图

Fig.6 Restoration of images with missing patches

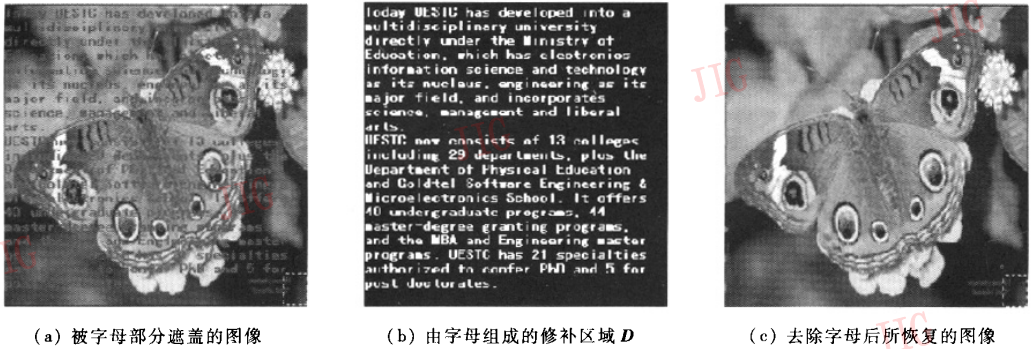


图 7 文本去除效果图

Fig.7 Text removal in images

编码阶段由以下 3 步组成:

- (1) 用一个边缘检测算子(如 Canny 算子等)提取所给图像  $I^0$  的边缘集合  $E$ 。 $E$  通常是一组没有好的几何规则度的像素或曲线(如图 8 所示)。另外要求图像区域  $\Omega$  的 4 条边属于该边缘集合  $E$ ;
- (2) 通过固定一个小的常数  $\xi$  来产生一个边缘集合  $E$  的  $\xi$ -邻域  $T$ ,  $T$  的灰度可以是  $E$  的一个或两个像素的宽度(如图 7(b)所示);
- (3) 编码像素集  $T$  的地址,并用高比特率来精确编码  $I^0|_T$  上的灰度值。

这样,由于该编码方案产生了大面积的无任何图像信息的“空区域”,因此可得到一个高的压缩比。理论上说,当  $\xi \rightarrow 0$  时,  $T$  的面积也将趋于零,也就是,压缩比将趋于无穷大。当然,这种高压缩比将使解码变得困难。为此文献[4]采用数字修补方案来修补大的空白区域。

为了解码,可将 TV 修补模型应用于  $T$  和灰度数据  $I^0|_T$ :

$$\min_i \left[ \sum_{\alpha \in \Omega} |\nabla_{\alpha} I| + \sum_{\alpha \in \Omega} \frac{\lambda_T(\alpha)}{2} (I_{\alpha} - I_{\alpha}^0)^2 \right] \quad (26)$$

此处, Lagrange 乘子为  $\lambda_T(\alpha) = \begin{cases} \lambda & \alpha \in T \\ 0 & \alpha \in \Omega \setminus T \end{cases}$ ,  $\Omega \setminus T$  定义为  $\Omega - T$ , 表示图像区域  $\Omega$  去除区域  $T$  后的区域。

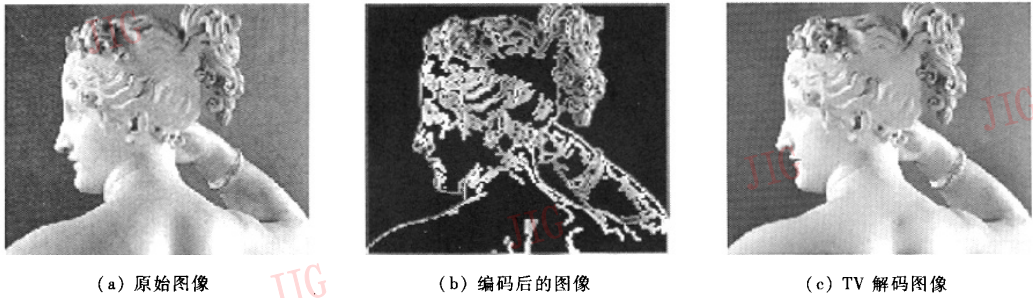
与 JPEG 和 JPEG2000 不同, 此处的解码是由变分复原完成的。这里用 TV 模型有它固有的好处, 由于其在解码过程中, 不用要求边缘是规整的, 而本身,  $E$  是一个无任何几何规则度的杂乱集, 因此, TV 模型在解码过程中可以通过调整杂乱的边缘, 以改进其平滑度。图 8 给出了该算法的编解码效果图, 其中, 边缘检测算子采用的是 Canny 算子,  $\xi$  取 1。

### 5.2 图像补全技术的应用

在许多实际应用中, 往往为了某种特殊目的而移走数字图像上的目标物体或文字, 又由于不希望观察者察觉出图像中有物体或文字被移走, 因此, 为了保证图像信息的完整性, 需要对这些受损图像进行填充修补。实践表明, 基于纹理合成的图像补全技术能达到这一目的。这一节采用文献[15]的算法来给出应用实例。所采用的算法步骤如下:

- (1) 用户选择需要去除并填充的目标区域  $\Omega$ 。





(a) 原始图像

(b) 编码后的图像

(c) TV 解码图像

图 8 图像编解码效果图(该图片来自文献[4])

Fig. 8 Image decoding by TV inpainting(The pictures come from literature[4])

定义原始已知区域  $\Phi$  为整个图像区域  $R$  减去目标区域  $\Omega$ , 即  $\Phi = R - \Omega$ ;

(2) 根据图像的纹理特征, 首先确定用于计算优先权的模板窗口  $\varphi_p$ , 窗口的大小应比图像中最大纹理元稍大一些, 然后, 计算块的优先权, 优先权计算的目的, 就是为了使那些具有较强的连续边缘以及需要填充的块里有较多的已知信息的纹理块先被修补, 这样, 在填充纹理块时, 就会得到更多的信息, 并能同时保证图像的结构信息被修补, 而对任意边缘点  $p \in \delta\Omega$ , 则定义模板窗口  $\varphi_p$  的优先权  $W(p)$  为

$$W(p) = C(p)D(p) \quad (27)$$

其中,  $C(p)$  是置信度项,  $D(p)$  为数据项, 它们分别定义为

$$C(p) = \sum_{q \in \varphi_p \cap \Omega} C(q) / |\varphi_p| \quad (28)$$

$$D(p) = |\nabla I_p^\perp \cdot n_p| / \alpha$$

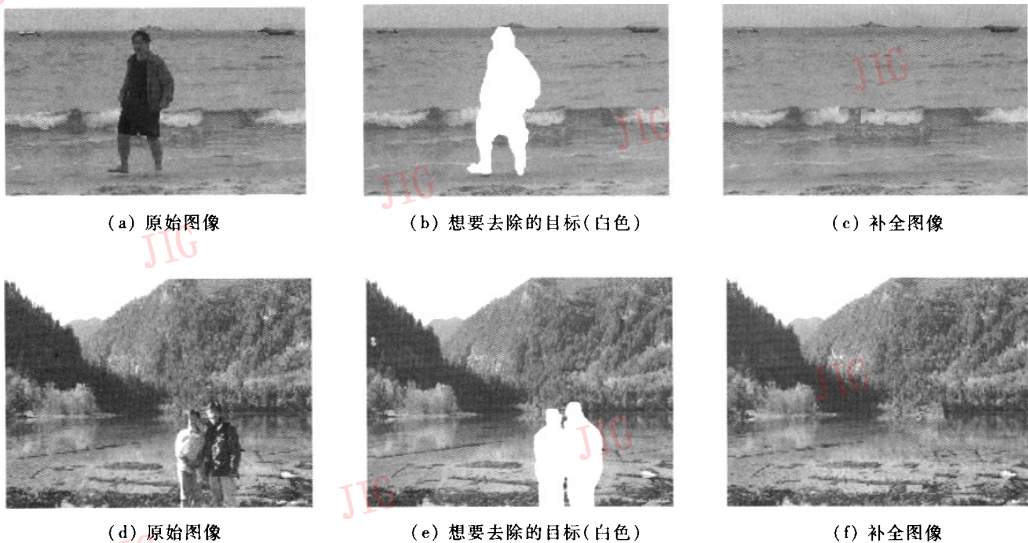
其中,  $|\varphi_p|$  是  $\varphi_p$  的面积,  $\alpha$  是归一化因子,  $n_p$  是点  $p$  的法向量,  $\bar{\Omega}$  为  $\Omega$  的补集;

(3) 找到一个点  $\hat{p} = \arg \max_{p \in \delta\Omega} W(p)$ , 在整个图像区域内寻找一个匹配块  $\Psi_{\hat{q}} \in \Phi$ , 使得  $d(\Psi_{\hat{p}}, \Psi_{\hat{q}})$  为最小。最后, 用  $\Psi_{\hat{q}}$  中的相应点替代  $\Psi_{\hat{p}}$  中的未知点;

(4) 在  $\Psi_{\hat{p}}$  填充了新的像素之后, 重新更新置信度  $C(p)$ , 即  $C(q) = C(\hat{p}) \quad \forall q \in \Psi_{\hat{p}} \cap \Omega$ ;

(5) 重复步骤(3)~步骤(5), 直到整个目标区域都被填充。

图 9 给出了上述算法的仿真结果, 其中图 9(a), 图 9(d) 是原始图像; 图 9(b), 图 9(e) 为想要去除



(a) 原始图像

(b) 想要去除的目标(白色)

(c) 补全图像

(d) 原始图像

(e) 想要去除的目标(白色)

(f) 补全图像

图 9 移走数字图像上的目标后修复的图像效果图

Fig. 9 Objects removal from photographs



的目标(用白色标示出);图9(c),图9(f)为去除目标后补全的图像。从图中可看出,该算法不仅能有效地去除目标,并且观察者无法察觉图像已被修复。

## 6 图像修复技术的展望

由于 Internet 网络的诞生以及扫描仪、数码相机的出现,使得数字照片的数量急剧增加,为此人们迫切希望有一种软件能自动改进他们的照片,该软件用于去除图像的一部分,同时自动填补这些区域,并使观察者无法察觉图像曾经缺损或已被修复,它将是广受欢迎的一种工具。因此,数字图像修复技术,特别是基于变分 PDE 方法的图像修补技术和基于块的纹理合成图像补全技术,已成为近年来国际上比较热门的研究课题。鉴于国内在这方面的研究较少,因此,本文较为详细地介绍了几种主要的、应用较为广泛的变分图像修补模型以及图像补全技术的概况,并以 TV 修补模型和 Criminisi 图像补全算法为例,给出了数字图像修复技术的几个重要的应用实例,如自动去除数字照片的划痕、文本去除、图像的有损压缩、大目标的去除等等。

虽然,目前的数字图像修复技术在理论与实际应用中已取得了一定的成果,但它还存在着一些不足,有待进一步的改进。下面基于对图像修复问题的理解,提出一些图像修复方法发展前景的若干展望。

(1) 基于变分 PDE 图像修补技术对处理照片中的划痕等小尺度损伤有较好的复原效果,但当受损处及其周围的纹理相当丰富时,却得不到很好的效果,其原因有两个:① 因为该类算法是在有界变分空间对图像建模,且视图像为分段平滑的函数,不包含任何的纹理信息;② 由于该算法本质上是一种扩散过程,也就是将破损区域周边的信息扩散到破损区域中,而一旦破损区域较宽或存在丰富纹理,就会使修补后的区域变得模糊,因此,结合几何图像模型和统计纹理模型,如何建立更加普遍的图像先验模型是有待进一步研究的问题;

(2) 对于基于块的纹理合成图像补全算法,现有的算法在寻找匹配块时,大多采用的是一种全局搜索方法,由于这种搜索方法不但容易产生错误的匹配,还很耗时,因此影响了图像补全的效率。当前很少有人研究自然图像中纹理的特性,由于人眼对边缘等线结构特征最为敏感,而且在对自然图像

进行补全时,图像中的边界结构部分修补的好坏直接影响到整幅图像的修补效果,若能对规则纹理的方向特性进行研究,先找到图像中纹理的大致走向,然后沿这一走向寻找匹配块,则不但会减少搜索空间,还会提高修补的视觉效果,因此,对自然图像中规则纹理特性进行研究,不仅会减少修补时间,还会提高修补质量,这是一个很有意义的研究方向;

(3) 严格来说,当前所有的数字图像修复算法都是一种半自动的方法,因为在对图像修复前,都是由用户给出想要修复的区域,而算法无法自动获取照片的破损所在。另外,因为照片的破损是无法事先估计的,也没有统一的模型来描述这些破损,所以,要想自动获取这些破损虽是很困难的,但也有可能先人为给出破损区域或目标物体的一个大致形状,然后通过某种方法来确定精确的待修补区域。当前已经有人在研究从复杂背景提取任意形状前景的方法<sup>[32,33]</sup>,这些方法对自动获取破损区域有一定的借鉴意义;

(4) 如何将这些算法推广到运动图像,也是值得研究的问题。

另外,目前数字图像修复技术所取得的成功不仅将大大拓宽图像修复技术的应用领域,而且由于在推动这些应用领域研究发展的同时,必将从这些领域的应用中反馈新的问题,从而会进一步丰富数字图像修复技术的内容和推动它的发展。

### 参考文献 (References)

- 1 Wang Shu-gen, Zheng Jing-ling. Image inpainting for information lost area based on the texture matching approach [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2004, (12): 21 ~ 23. [王树根,郑精灵. 基于纹理匹配的影像缺损信息填充方法[J]. 测绘通报, 2004, (12): 21 ~ 23.]
- 2 Bertalmio M, Sapiro G, Caselles V, et al. Image inpainting[A]. In: Proceedings of International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques[C], New Orleans, Louisiana, USA, 2000: 417 ~ 424.
- 3 Chan T F, Shen J H. Non-texture inpainting by curvature-driven diffusions (CDD)[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2001, 12(4): 436 ~ 449.
- 4 Chan T F, Shen J H. Mathematical models for local non-texture inpainting [J]. SIAM Journal of Applied Mathematics, 2001, 62(3): 1019 ~ 1043.
- 5 Chan T F, Kang S H, Shen J H. Euler's elastica and curvature based inpainting[J]. SIAM Journal of Applied Mathematics, 2002, 63(2): 564 ~ 592.
- 6 Tsai A, Yezzi J A, Willsky A S. Curve evolution implementation of

- the Mumford-Shah functional for image segmentation, denoising, interpolation and magnification [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, **10**(8): 1169 ~ 1186.
- 7 Eshedoglu S, Shen J H. Digital inpainting based on the Mumford-Shah-Euler image model [J]. *European Journal on Applied Mathematics*, 2002, **13**(4): 353 ~ 370.
- 8 Bertalmio M, Vese L, Sapiro G, *et al.* Simultaneous texture and structure image inpainting [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, **12**(8): 882 ~ 889.
- 9 Efros A A, Leung T K. Texture synthesis by non-parametric sampling [A]. In: *Proceedings of the IEEE Computer Society International Conference on Computer Vision* [C], Washington DC, USA, 1999, **2**: 1033 ~ 1038.
- 10 Harald G. A combined PDE and texture synthesis approach to inpainting [A]. In: *Proceedings of 8th European Conference on Computer Vision* [C], Prague, Czech Republic, 2004, **2**: 214 ~ 224.
- 11 Rane S D, Sapiro G, Bertalmio M. Structure and texture filling-in of missing image blocks in wireless transmission and compression applications [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, **12**(3): 296 ~ 303.
- 12 Yamauchi H, Haber J, Seidel H P. Image restoration using multiresolution texture synthesis [A]. In: *Proceedings of Computer Graphics International Conference (CGI'2003)* [C], Tokyo, Japan, 2003: 1530 ~ 1552.
- 13 Drori I, Daniel C O, Hezy Y. Fragment based image completion [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2003, **22**(3): 303 ~ 312.
- 14 Zhang Y J, Xiao J G, Shah M. Region Completion in A Single Image [EB/OL]. [www.cs.ucf.edu/~vision/papers/zhang\\_xiao\\_shah\\_EC2004.pdf](http://www.cs.ucf.edu/~vision/papers/zhang_xiao_shah_EC2004.pdf), 2005-04-21.
- 15 Criminisi A, Perez P, Toyama K. Region filling and object removal by exemplar-based image inpainting [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, **13**(9): 1200 ~ 1212.
- 16 Tang F, Ying Y T, Wang J, *et al.* A novel texture synthesis based algorithm for object removal in photographs [A]. In: *Proceedings of Ninth Asian Computing Science Conference* [C], Chiang Mai, Thailand, 2004: 248 ~ 258.
- 17 Criminisi A, Perez P, Toyama K. Object removal by exemplar-based inpainting [A]. In: *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* [C], Monona Terrace Convention Center Madison, Wisconsin, USA, 2003, **2**: 18 ~ 20.
- 18 Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. *Physica D*, 1992, **60**(1 ~ 4): 259 ~ 268.
- 19 Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems [J]. *Communication on Pure and Applied Mathematics*, 1989, **42**(5): 577 ~ 685.
- 20 Shen J H. Bayesian Inpainting Based on Geometric Image Models [EB/OL]. <http://www.math.ucla.edu/~imagers/htmls/inp.html>, 2004-11-28.
- 21 Mumford D. *Elastica and computer vision* [A]. In: Edited by Chandrajit Bajaj: *Algebraic Geometry and its Applications* [C], New York: Springer-Verlag, 1994: 491 ~ 506.
- 22 Harrison P. A nonhierarchical procedure for resynthesis of complex texture [A]. In: *Proceedings of 9th International Conference on Central Europe Computer Graphics, Visualization, and Computer Vision* [C/OL], Plzen, Czech Republic, Feb. 2001, <http://www.csse.monash.edu.au/~pjh/resynthesizer/>.
- 23 Borikar S, Biswas K K, Pattanaik S. Fast Algorithm for Completion of Images with Natural Scenes [EB/OL]. [graphics.cs.ucf.edu/borikar/BorikarPaper.pdf](http://graphics.cs.ucf.edu/borikar/BorikarPaper.pdf), 2005-04-20.
- 24 Huang W, Hsieh C W, Lin S K, *et al.* Robust Algorithm for Exemplar-based Image Inpainting [EB/OL]. [http://www.cmlab.csie.ntu.edu.tw/~wisley/publications/CGIV\\_2005.pdf](http://www.cmlab.csie.ntu.edu.tw/~wisley/publications/CGIV_2005.pdf), 2005-04-18.
- 25 Cheng K Y. Research on Improving Exemplar-based Inpainting [EB/OL]. <http://graphics.csie.ntu.edu.tw/~kyatapi/Cheng.pdf>, 2005-04-22.
- 26 Chan F T, Shen J H. Variational Image Inpainting [EB/OL]. <http://www.math.ucla.edu/~imagers/htmls/inp.html>, 2004-11-28.
- 27 Costanzino N. EN161 Project Presentation III: Structure Inpainting Via Variational Methods [EB/OL]. <http://mountains.ece.umn.edu/~guille/inpainting.htm>, 2004-11-28.
- 28 Xu Wei-wei, Pang Zhi-geng, Zhang Ming-min. Image inpainting based on total variational model [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2002, **7**(4): 351 ~ 355. [许威威, 潘志庚, 张明敏. 一种基于整体变分的图像修补算法 [J]. *中国图象图形学报*, 2002, **7**(4): 351 ~ 355.]
- 29 Cohen A, Dahman W, Daubechies I, *et al.* Tree Approximation and Optimal Encoding [EB/OL]. <http://www.math.sc.edu/~devore/publications/9909.pdf>, 2004-11-21.
- 30 Starck J L, Nguyen M K, Murtagh F. Wavelets and Curvelets for Image Deconvolution: a Combined Approach [J]. *Signal Processing*, 2003, **83**(10): 2279 ~ 2283.
- 31 Donoho D L. Beamlets [A]. In: *Invited talk at IMA workshop on Image Analysis and Low Level Vision* [C], University of Minnesota, Minnesota, USA, 2000.
- 32 Chuang Y Y, Curless B, Salesin D H, *et al.* A bayesian approach todigital matting [A]. In: *Proceedings of IEEE computer Society's conferencer on Computer Vision and Pattern Recognition* [C], Hawaii, USA, 2001: 264 ~ 271.
- 33 Lin S Y, Shi J Y. Fast natural image matting in perceptual color space [J]. *Computers and Graphics*, 2005, **29**(3): 403 ~ 414.